УДК 330.42+519.86

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОГО МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ КОНКУРЕНТНЫХ ПОЗИЦИЙ ПРЕДПРИЯТИЯ

Скороход А.Б.

Метод анализа иерархий (МАИ) широко применяется для решения проблемы оценки важности факторов и альтернатив в математических моделях экономических систем. В данной работе рассмотрена оценка важности отдельных аспектов конкурентной позиции предприятия (КПП). Рассмотрены усовершенствования МАИ направленные на учет неопределенности нечеткой матрицы попарных сравнений.

Ключевые слова: нечеткий метод анализа иерархий, расширенный анализ, нечеткие матрицы сравнений, установление приоритетов.

В традиционной формулировке МАИ человеческие суждения представлены как точные числа в выбранной шкале оценок. Однако во многих практических случаях модель человеческого предпочтения отличается неуверенностью. В силу этого лицо, принимающее решение (ЛПР) может быть не в состоянии назначить точное числовое значение. В одной из ранних работ по нечеткому МАИ (НМАИ) [1] было предложено использовать для оценок нечеткие числа с треугольными функциями принадлежности. С тех пор были разработаны многочисленные усовершенствования НМАИ, например, Extent Analysis [2, 3]. Метод применялся во многих исследованиях. В частности, в [3] применительно к оценке инвестиций капитала. Исследовано влияние степени нечеткости суждений на конечный рейтинг альтернатив, сделан вывод о значительном влиянии. В работе [4] исследована проблема влияния нечеткости суждений на изменение рейтинга предпочтений при выборе автомобиля. В качестве объекта исследования использован пример из демонстрационной версии Expert Choice. Сделан вывод о том, что увеличение степени нечеткости практически не влияет на конечный рейтинг. В работе [5] предложена нелинейная модификация метода программирования нечетких предпочтений (сокращенно FPP – Fuzzy Preference Programming) нечеткой матрицы попарных сравнений, используемой в системе поддержки принятия решений и автоматизации рассуждений в процессе предварительных переговоров. Группа методов [6], основанная на минимизации мультипликативной ошибки геометрического среднего, известна под названием «Логарифмические методы наименьших квадратов» (сокращенно LLSM – fuzzy logarithmic least squares method), эти методы широко применяются на практике наряду с методами, основанными на вычислении собственных значений разработанными группой Т. Саати. В работе [7] показано, что метод Extent Analysis может приводить к существенным ошибкам. Там же описан модифицированный метод LLSM. В работах [5] и [7] не приведены расчеты чувствительности методов к изменению степени нечеткости.

Противоречивые результаты, полученные методом Extent Analysis в работах [3] и [4], критика этого метода в работе [7] и приведенные в работах [5], [7] модификации нечеткого метода анализа иерархий, делают необходимыми дальнейшие исследования практического применения НМАИ. В данной работе исследованы методы Extent Analysis, LLSM и FPP в задаче оценки конкурентной позиции предприятия (КПП).

1. Обзор метода Extent Analysis в НМАИ. Рассматривается треугольная нечеткая матрица сравнений:

$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} (1,1,1) & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & \dots & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & (1,1,1) & \dots & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & \dots & (1,1,1) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$, $\tilde{a}_{ij}^{-1} = (1/u_{ji}, 1/m_{ji}, 1/l_{ji})$ для $i, j = 1, \dots, n$ и $i \neq j$.

Для расчета вектора приоритетов приведенной выше матрицы Д. Чанг [2] предложил метод, названный им методом расширенного анализа (Extent Analysis). Метод включает несколько шагов. На первом шаге средствами нечеткой арифметики рассчитываются суммы по строкам матрицы (1).

$$RS_i = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} = \left(\sum_{j=1}^n l_{ij}, \sum_{j=1}^n m_{ij}, \sum_{j=1}^n u_{ij} \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

На втором шаге нормализуются эти построчные суммы по формуле:

$$\tilde{S}_i = \frac{RS_i}{\sum_{j=1}^n RS_j} = \left(\frac{\sum_{j=1}^n l_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n u_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n m_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n m_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n l_{kj}} \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

На третьем шаге рассчитывается степень возможности того, что $S_i \geq S_j$ по уравнению:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } m_i \geq m_j, \\ \frac{u_i - l_j}{(u_i - m_i) + (m_j - l_j)}, & \text{если } l_j \leq u_j, \quad i, j = 1, \dots, n; j \neq i \\ 0, & \text{другое} \end{cases} \quad (4)$$

где $\tilde{S}_i = (l_i, m_i, u_i)$ и $\tilde{S}_j = (l_j, m_j, u_j)$.

На четвертом шаге рассчитывается степень возможности того, что S_i предпочтительней всех остальных (n-1) нечетких чисел по формуле:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i) = \min_{j \in \{1, \dots, n\}, j \neq i} V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j), \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Определяется вектор приоритетов $W = (w_1, \dots, w_n)^T$ нечеткой матрицы (1) по формуле:

$$w_i = \frac{V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i)}{\sum_{k=1}^n V(\tilde{S}_k \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq k)}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

В работе [7] утверждается, что формула нормализации (3) ошибочна. Правильная формула для нормализации множества нечетких треугольных весов должна быть следующей:

$$\tilde{S}_i = \frac{RS_i}{\sum_{j=1}^n RS_j} = \left(\frac{\sum_{j=1}^n l_{ij}}{\sum_{j=1}^n l_{ij} + \sum_{k=1, k \neq i}^n \sum_{j=1}^n u_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n m_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n m_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}}{\sum_{j=1}^n u_{ij} + \sum_{k=1, k \neq i}^n \sum_{j=1}^n l_{kj}} \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Там же показаны три проблемы связанные с методом расширенного анализа.

- Метод позволяет назначить нулевой вес критерию решения или альтернативе. Это приводит к тому, что критерий или альтернатива должны быть исключены из рассмотрения в процессе принятия решений.
- Веса, определенные методом расширенного анализа, не представляют относительные важности критериев или альтернатив и не могут быть использованы как их приоритеты.
- Метод расширенного анализа в случае неправильного использования в проблеме НМАИ может привести к неправильному решению и выбрать наихудшую альтернативу решения, в качестве самой лучшей.

Из уравнения (4) легко увидеть, что степень возможности, определяемая в расширенном анализе, это скорее индекс для сравнения двух треугольных нечетких чисел, чем индекс для расчета их относительных важностей. Поэтому нормализованные степени возможности могут показывать только, до какой степени треугольное нечеткое число больше всех остальных, но не могут быть использованы для представления их относительных важностей.

Как известно, для четкого и совершенно согласованного попарного сравнения, вектор приоритетов может быть сгенерирован путем нахождения суммы чисел по строкам матрицы и последующей нормализацией этих сумм. В методе Extent Analysis этот подход распространен для работы с нечеткими матрицами. Тогда числа определяемые уравнением (3) или (7) могут приближенно рассматриваться как нечеткие веса нечеткой матрицы попарных сравнений. В этом смысле S_i , $i=1, \dots, n$ могут приближенно представлять относительные важности критериев. В методе Extent Analysis можно выделить две процедуры – агрегация оценок и сравнение агрегированных оценок. Такая схема расчетов аналогична схеме расчетов в многокритериальном процессе принятия решений. Важным является то, что в процедуре сравнения использован нелинейный оператор (MIN). Метод Extent Analysis допускает неполноту оценок в матрице попарных сравнений, т.е., отсутствие ряда оценок.

2. Обзор модифицированного нечеткого логарифмического метода наименьших квадратов. Проблема определения вектора приоритетов нечеткой матрицы (1) может быть решена путем использования модифицированного нечеткого логарифмического метода наименьших квадратов приведенного в [7]. В этом методе приоритеты нечеткой матрицы (1) находятся путем решения следующей нелинейной модели оптимизации с ограничениями:

$$\text{Min } J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \left((\ln w_i^L - \ln w_j^U - \ln l_{ij})^2 + (\ln w_i^M - \ln w_j^M - \ln m_{ij})^2 + (\ln w_i^U - \ln w_j^L - \ln u_{ij})^2 \right)$$

$$\text{система ограничений} \left\{ \begin{array}{l} w_i^L + \sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^U \geq 1, \\ w_i^U + \sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^L \leq 1, \\ \sum_{i=1}^n w_i^M = 1, \quad i = 1, \dots, n. \\ \sum_{i=1}^n (w_i^L + w_i^U) = 2, \\ w_i^U \geq w_i^M \geq w_i^L > 0. \end{array} \right. \quad (8)$$

Оптимальное решение модели (8) формирует нормализованные треугольные нечеткие веса $\tilde{w}_i = (w_i^L, w_i^M, w_i^U)$, $i = 1, \dots, n$.

3. Обзор метода установления нечетких предпочтений FPP. В работе [5] указывается, что результаты расчетов по моделям LLSM дают нечеткие числа с неоправданно большим основанием. Предложен метод, устраняющий этот недостаток. Идея метода состоит в том, чтобы извлечь четкий вектор приоритетов $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ из нечеткой матрицы попарных сравнений такой, что отношения приоритетов w_i и w_j находятся приблизительно в диапазоне начальных нечетких суждений или:

$$l_{ij} \lesssim \frac{w_i}{w_j} \lesssim u_{ij} \quad (9)$$

где символ $\lesssim$ означает предложение: «нечеткое меньше чем или равно». Каждый четкий вектор приоритетов w_i удовлетворяет двойному неравенству (9) лишь в некоторой степени, которая может быть измерена функцией принадлежности, линейной по отношению к отношению w_i/w_j :

$$\mu_{ij} \left(\frac{w_i}{w_j} \right) = \begin{cases} \frac{w_i - l_{ij}}{m_{ij} - l_{ij}}, & \frac{w_i}{w_j} \leq m_{ij} \\ \frac{u_{ij} - w_i}{u_{ij} - m_{ij}}, & \frac{w_i}{w_j} \geq m_{ij} \end{cases} \quad (10)$$

Функция принадлежности есть линейно возрастающая на интервале $(-\infty, m_{ij})$ и линейно убывающая на интервале (m_{ij}, ∞) .

Если нечеткие суждения сильно несогласованны, то эта функция принадлежности может принимать негативные значения для всех нормализованных векторов приоритетов.

В задаче установления приоритетов используется правило решения MaxMin, которое было впервые применено Р. Беллманом и Л. Заде [8] для решения проблемы принятия решений в условиях неопределенности. Задача извлечения четкого вектора приоритетов представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} & \text{Найти} && \text{Макс } \lambda && (11) \\ & \text{При ограничениях} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (m_{ij} - l_{ij})\lambda w_j - w_i + l_{ij}w_j \leq 0, \\ & (u_{ij} - m_{ij})\lambda w_j + w_i - u_{ij}w_j \leq 0, \\ & \sum_{k=1}^n (w_k) = 1, \quad w_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, n \\ & i = 1, 2, \dots, n-1; \quad j = 2, 3, \dots, n; \quad j > i \end{aligned} \quad (12)$$

Положительное значение λ , полученное в оптимальном решении (λ^*, w^*) указывает, что все коэффициенты решения полностью удовлетворяют нечетким суждениям. Это означает, что начальное множество нечетких суждений, скорее всего, согласованно. Отрицательное значение λ показывает, что коэффициенты решения приблизительно удовлетворяют всем двойным неравенствам (9) т.е., нечеткие суждения сильно несогласованны. Таким образом, оптимальное значение λ может использоваться для измерения согласованности начального множества нечетких суждений. Многие методы нечеткого установления приоритетов требуют дополнительной процедуры нечеткого ранжирования для сравнения конечных нечетких оценок. Эти процедуры дефаззификации обычно включают определение среднего из максимальных значений, центра площади или α -сечений и др.

Различные процедуры дают разные результаты, вплоть до иррациональных, как, например, в методе Extent Analysis. Метод FPP не требует процедуры нечеткого установления приоритетов и делает возможным получение четкого вектора приоритетов из неполного множества нечетких суждений в верхней части треугольной матрицы сравнений.

Получение результатов. В работе [9] методом контент – анализа определены веса обобщенных факторов математической модели оценки конкурентной позиции предприятия (КПП): вес фактора рынка $W_1=0.6$, фактора управления предприятием $W_2=0.2$ и вес фактора технологического состояния предприятия $W_3=0.2$.

Для моделирования важности этих факторов с использованием метода анализа иерархий составляем четкую матрицу попарных сравнений, представленную в табл.1.

Таблица 1

Четкая матрица попарных сравнений, с оценками важности отдельных аспектов КПП.

Цель	Рынок	Управление	Предприятие	Среднее геометрическое g_i	Вектор приоритетов
Рынок	1	3	3	2,080	0,600
Управление	0,333	1	1	0,693	0,200
Предприятие	0,333	1	1	0,693	0,200
Сумма $g_i=$				3,467	1,000

Заполняем матрицу числами, представляющими отношения весов. Расчеты вектора приоритетов этой матрицы выполняем по формулам нормализованного геометрического среднего.

Компоненты вектора приоритетов, вычисленного по данным табл.1 совпадают с компонентами вектора определенного эмпирически в работе [9].

Трансформируем матрицу попарных сравнений в табл.1 в нечеткую матрицу сравнений используя треугольные нечеткие числа вида (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) . Нечеткость вводим путем задания степени нечеткости δ . Полученные нечеткие числа $(m_{ij}-\delta, m_{ij}, m_{ij}+\delta)$ и обратные им числа заносим в табл.2.

Порядок занесения оценки "1" вне главной диагонали не имеет значения, т.к. оценка "1" означает "одинаковое предпочтение" элементов сравнения. Общая форма записи оценки "1" определяется аналогично [3] как $(1/(1+\delta), 1, 1+\delta)$. Например, при $\delta = 0,5$ можно записывать оценки a_{ij} и $1/a_{ij}$ в виде $a_{ij}=(0.667, 1, 1.5)$ и $1/a_{ij}=(0.667, 1, 1.5)$.

Расчеты по методу Extent Analysis:

Таблица 2

Нечеткая матрица попарных сравнений при $\delta = 0,5$

Цель	Рынок	Управление	Предприятие	Построчные суммы
Рынок	(1, 1, 1)	(2.5, 3, 3.5)	(2.5, 3, 3.5)	(6, 7, 8)
Управление	(0,286, 0,333, 0.4)	(1, 1, 1)	(0.67, 1, 1.5)	(1.95, 2,33, 2.9)
Предприятие	(0,286, 0,333, 0.4)	(0.67, 1, 1.5)	(1, 1, 1)	(1.95, 2,33, 2.9)
			Сумма	(9.95, 11.67, 13.8)

В столбец «Построчные суммы» вносим результаты расчетов сумм RS_i в строках $i=1, 2, 3$ нечеткой матрицы вычисляя их по формуле (2). Вычисляем сумму $RS_1+RS_2+RS_3$ чисел в столбце. Нормализуем построчные суммы по формуле (3):

$$S_1 = (6,7,8) \times \left(\frac{1}{13.8}, \frac{1}{11.67}, \frac{1}{9.95}\right) = (0.4348, 0.60, 0.807) \quad S_1 = (6, 7, 8) \times \left(\frac{1}{13.8}, \frac{1}{11.67}, \frac{1}{9.95}\right)$$

Аналогичные расчеты выполняем для $i=2,3$ и получаем $S_2=(0.142, 0.20, 0.293)$ и $S_3=(0.142, 0.20, 0.293)$.

Вычисляем степени возможности $V(S_i \geq S_j), i, j = 1, 2, 3$ по формуле (4):

$$V(S_1 \geq S_2) = 1, V(S_2 \geq S_1) = 0; V(S_1 \geq S_3) = 1, V(S_3 \geq S_1) = 0; V(S_2 \geq S_3) = 1, V(S_3 \geq S_2) = 1$$

Рассчитываем степень возможности того, что $S_i, i = 1, 2, 3$ предпочтительней всех остальных (3-1) нечетких чисел по формуле (5):

$$d_1 = V(S_1 \geq S_2, S_3) = \min(1, 1) = 1; d_2 = V(S_2 \geq S_1, S_3) = \min(0, 1) = 0; \\ d_3 = V(S_3 \geq S_1, S_2) = \min(0, 1) = 0$$

Определяется вектор приоритетов $W = (w_1, \dots, w_n)^T$ нечеткой матрицы в таблице 2 путем нормализации величин $d_i, i = 1, 2, 3$ по формуле (6):

$$w_1 = w(\text{Рынок}) = \frac{1}{1+0+0} = 1, \text{аналогично получаем } w_2=0, w_3=0.$$

Расчеты по "правильной" формуле (7). При $i=1$ используя данные табл. 2, находим:

$$\sum_{j=1}^n l_{i,j} = 1 + 2.5 + 2.5 = 6, \text{таким же образом вычисляем } m_{i,j}=7, u_{i,j}=8.$$

Рассчитываем двойные суммы для знаменателей уравнения (7):

$\sum_{k=1, k \neq i}^n \sum_{j=1}^n u_{k,j} = 0.4 + 1 + 1.5 + 0.4 + 1.5 + 1 = 5.8$. Аналогичные расчеты выполняем с $m_{k,j}$ и $l_{k,j}$, получаем числа 11,67 и 4,06.

Аналогичные расчеты выполняем для $i = 2, 3$. Подставляя найденные значения в формулу (7), получим выражения для $S_i, i = 1, 2, 3$: $S_1 = \left(\frac{6}{6+5.8}, \frac{7}{11.67}, \frac{8}{8+4.06}\right) = (0.51, 0.6, 0.66)$
 $S_1 = \left(\frac{6}{6+5.8}, \frac{7}{11.67}, \frac{8}{8+4.06}\right) = \left(\frac{6}{11.8}, \frac{7}{11.67}, \frac{8}{12.06}\right) = (0.51, 0.6, 0.66)$, таким же образом находим $S_2=(0.15, 0.20, 0.24), S_3=(0.15, 0.20, 0.24)$.

Различие в результатах расчетов по формулам (3) и (7) проявляется в том, что в расчетах по формуле (7) несколько увеличились значения левых границ и уменьшились значения правых гра-

ниц нечетких чисел $S_i, i=1, 2, 3$, ассоциированных со строками матрицы попарных сравнений. Легко убедиться в том, что в данном случае эти изменения не повлияют на расчет вектора приоритетов по формулам (4), (5), (6).

Оптимальное решение описанных выше нелинейных задач (8) (LLSM) и (11, 12) (FPP) может быть получено путем использования какого – либо соответствующего численного метода нелинейной оптимизации. В данной работе расчеты были выполнены с помощью инструмента Excel “Поиск решения”. Выполнены контрольные расчеты. Результаты совпадают с данными приведенными в работах [5, 7] с точностью до трех разрядов. Следующим шагом было выполнение расчетов по модели оценки конкурентной позиции предприятия (КПП).

Результаты расчетов методами Extent Analysis, LLSM и FPP при $\delta = 0.5$ помещены в табл.3

Таблица 3

Веса критериев определенные различными методами.

Цель	Рынок	Управление	Предприятие	Расширенный анализ	Метод LLSM	Метод FPP
Рынок	(1, 1, 1)	(2.5, 3, 3.5)	(2.5, 3, 3.5)	1,0	(0.59, 0.60, 0.59)	0.60
Управление	(0.29, 0.33, 0.4)	(1, 1, 1)	(0.67, 1, 1.5)	0,0	(0.17, 0.20, 0.24)	0.20
Предприятие	(0.29, 0.33, 0.4)	(0.67, 1, 1.5)	(1, 1, 1)	0,0	(0.17, 0.20, 0.24)	0.20

Анализ чувствительности расчета при большом изменении степени нечеткости δ требует задания ограничений на левые границы нечетких чисел и, в частности, специальной трансформации оценки “1” вне главной диагонали. Эти вопросы рассмотрены подробно в работе [3]. Большие значения δ требуют учета изменений семантики нечетких оценок.

Для исследования чувствительности расчетов к изменению степени нечеткости δ аналогично [3] ограничиваем левые границы нечетких чисел не равных единице по формуле:

$$l_{ij} = \begin{cases} \gamma_k - \delta(\gamma_k - \gamma_{k-1}), & \delta \leq \frac{\gamma_k - 1}{\gamma_k - \gamma_{k-1}} \\ l_{ij} = 1, & \delta > \frac{\gamma_k - 1}{\gamma_k - \gamma_{k-1}} \end{cases}$$

где γ_k, γ_{k-1} – значения оценок в выбранной шкале (1...9) Т. Саати.

Чувствительность расчетов по методу LLSM представлена в табл. 4 значениями левых – W_{1l}, W_{2l}, W_{3l} правых - W_{1u}, W_{2u}, W_{3u} границ и модальными значениями компонентов векторов приоритетов - W_{1m}, W_{2m}, W_{3m} .

Таблица 4

Влияние степени нечеткости δ на вектор приоритетов, рассчитанное методом LLSM

Степень нечеткости	W_{1l}	W_{2l}	W_{3l}	W_{1m}	W_{2m}	W_{3m}	W_{1u}	W_{2u}	W_{3u}
0,5	0,59	0,16	0,16	0,60	0,20	0,20	0,60	0,24	0,24
0,6	0,59	0,16	0,16	0,59	0,20	0,20	0,59	0,25	0,25
0,7	0,58	0,16	0,15	0,59	0,20	0,20	0,59	0,26	0,26
0,8	0,58	0,15	0,15	0,59	0,20	0,20	0,59	0,26	0,27
0,9	0,56	0,15	0,15	0,60	0,20	0,20	0,60	0,27	0,27
1	0,59	0,20	0,17	0,63	0,20	0,17	0,63	0,20	0,21
2	0,46	0,21	0,11	0,68	0,21	0,11	0,68	0,21	0,33
3	0,51	0,20	0,11	0,69	0,20	0,11	0,69	0,20	0,29
4	0,59	0,20	0,12	0,68	0,20	0,12	0,68	0,20	0,21

Как видно из табл.4, при изменении δ от 0,5 до 0,9 модальные значения компонент вектора приоритетов $W_{im}, i=1, 2, 3$ изменяются менее чем на 0,02. Таким образом, можно сделать вывод, что малое изменение степени нечеткости практически не влияет на коэффициенты вектора приоритетов $W_i, i=1, 2, 3$. При изменении δ от 1 до 4 изменение значений компонент не превышает 0.08. Расчеты по методу FPP показывают, что в диапазоне изменения степени нечеткости от 0,5 до 4 результаты остаются неизменными, а именно: $\gamma = 1, W_1=0.6, W_2= 0.20, W_3= 0.2$.

ВЫВОДЫ

Как видно из табл.3, метод расширенного анализа назначил нулевые веса двум критериям решения. Это приводит к тому, что эти критерии должны быть исключены из рассмотрения в процессе принятия решений. Однако, это противоречит результатам экспериментального исследования важности критериев, приведенным в работе [9]. Значения весов, полученные методом LLSM, представлены нечеткими числами, близкими к эмпирически найденным весам. Метод FPP дает четкий вектор приоритетов, причем значения приоритетов совпадают со значениями, полученными из четкой матрицы попарных сравнений. Оптимальное значение γ , полученное в расчете равно 1. Это свидетельствует о хорошей согласованности исходной нечеткой матрицы попарных сравнений.

Проведенное исследование различных нечетких методов анализа иерархий (НМАИ) показывает, что метод Extent Analysis дает весьма грубое приближение действительного вектора приоритетов. Объясняется это тем, что в процедуре сравнения использован нелинейный оператор (MIN). Небольшое изменение степени нечеткости δ (в пределах от 0,5 до 0,9) практически не влияет на результаты расчетов методом LLSM. Метод FPP оказался вообще не чувствительным к изменению степени нечеткости. Требуются дальнейшие исследования чувствительности методов с использованием различного представления нечетких оценок в матрице сравнений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Laarhoven V., Pedrych W. Fuzzy extension for Saaty's priority Theory / V. Laarhoven, W. Pedrych.: Fuzzy Sets and Systems 11, 229-241pp., 1983.
2. Chang D.Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP / D.Y. Chang.: European Journal of Operational Research 95, 649-655 pp., 1996.
3. Y. C. Tang and M. J. Beynon. Application and Development of a Fuzzy Analytic Hierarchy Process within a Capital Investment Study / Y. C. Tang and M. J. Beynon.: Journal of Economics and Management, Vol 1, No.2, 207-230 pp., 2005.
4. Narasimha Bolloju, Chen Ning. Effect of Imprecision in Specification of Pair-wise Comparisons on Ranking of Alternatives using Fuzzy Analytic Hierarchy Process / Narasimha B. and Chen N.: AMCIS 2001 Proceedings. Paper 62. Электронный вариант: <http://aisel.aisnet.org/amcis2001/62>
5. Tsvetinov P., Mikhailov L. Reasoning Under Uncertainty During Pre Negotiation Using a Fuzzy AHP / P. Tsvetinov, L. Mikhailov.: Applied Soft computing Vol. 5, 2004. , 23-33pp.
6. Alessio I., Ashraf L. Analytic Hierarchy Process and Expert Choice: Benefits and Limitations / I. Alessio, L. Ashraf.: ORInsight, Vol. 22(4), 201-220 pp, 2009.
7. Wang Y.-M., Luo Ying, Zhongsheng Hua. On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications / Y. Wang, L. Ying, Z. Hua.: European Journal of Operational Research Vol. 186, 735-747 pp., 2008.
8. Bellman R., Zadeh L.A. Decision - making in a fuzzy environment / R. Bellman, L. Zadeh.: Management Science, Vol. 17, 141 -164 pp., 1970.
9. Скороход А. Б. Применение контент-анализа для определения важности факторов конкурентных позиций предприятий горно-металлургического комплекса Украины / А. Б. Скороход.: // Экономика: проблемы теории та практики: зб. наукових прац - 2009.- Випуск 254. Том 5. -С.59.